11. SYMPOSIUM „DESIGN FOR X“
SCHNAITTACH, 12. UND 13. OKTOBER 2000

MODULARES MODELL ZUR TOLERANZANALYSE BASIEREND AUF VEKTORSTRUKTUREN

Federico Jourdan

Kurzfassung

Die computerunterstützte Toleranzanalyse konzentriert sich vor allem auf die Lösung von Montageproblemen, die sich infolge festgelegter Toleranzen ergeben können. Die Erkennung und dreidimensionale Modellierung der Zusammenhänge zwischen den Einzeltoleranzen und den funktionswichtigen Massen in der Baugruppe ist eine der grössten Schwierigkeiten bei der Lösung von Toleranzanalyse-Problemen. Im vorliegenden Beitrag wird ein modulares Modell vorgestellt, das auf Vektorstrukturen basiert und für die computerunterstützte Toleranzanalyse in Baugruppen konzipiert ist.

Das Modell wird zur Zeit am Zentrum für Produkte-Entwicklung der ETH-Zürich entwickelt und prototypmässig implementiert.

1 Einleitung

Toleranzangaben beschränken die maximale Abweichung eines Geometrieelementes (Gerade, Ebene, Fläche) von seinem idealen Mass, seiner Form oder Lage. Das Ziel der Toleranzanalyse ist, das Zusammenwirken dieser Abweichungen auf die vorgesehene Funktion des Produktes zu bestimmen. Diese Aufgabe setzt eine genaue Beschreibung der zulässigen Abweichungen von tolerierten Geometrieelementen voraus. Aus diesem Grund werden Modelle erstellt, mit welchen die Abweichungen der Geometrieelemente abgebildet werden können.

Der Trend zur dreidimensionalen Produktmodellierung hat dazu geführt, dass in den letzten Jahren mehrere vektorbasierte Toleranzmodelle entwickelt wurden. Die Ansätze, auf denen diese Modelle beruhen, nutzen die dreidimensionale Eigenschaft der Vektoren, um Toleranzzonen abzubilden, dreidimensionale Toleranzketten-Probleme mathematisch zu beschreiben, geometrische Flächenabweichungen zu simulieren und Montagespiele zwischen Bauteilen zu modellieren.

2 Modulares Modell zur Toleranzanalyse

- <u>Idee des Modells</u>

Der Gegenstand der Modellierung sind die funktionsrelevanten Aspekte der Baugruppe. Dazu gehören die Bauteile, ihre Formelemente, Masse und Toleranzen, sowie die Verbindungen zwischen den Bauteilen in der Baugruppe. Die Modellierung des Problems erfolgt, indem vordefinierte Vektorstrukturen zur Abbildung der Formelemente eingesetzt werden. Die Vektorstrukturen von Formelementen, die zum selben Bauteil gehören, werden nachher durch Vektoren verbunden. Auf dieser Weise wird die Vektorstruktur für jedes Bauteil aufgebaut. Schliesslich werden die einzelnen Bauteil-Vektorstrukturen gemäss den

Verbindungen in der realen Baugruppe wiederum durch Vektoren verbunden. Die Masse und Toleranzen der Einzelteile sowie die funktionswichtigen Masse in der Baugruppe (z.B. Spiele zwischen Bauteilen) werden durch Vektorzüge abgebildet. Auf dieser Weise entsteht für das ganze Toleranzanalyse-Problem eine Struktur, die ausschliesslich aus Vektoren besteht. Von dieser vektoriellen Beschreibungsform kann eine mathematische Beschreibungsform abgeleitet werden, die nachher die Basis für die computerunterstützte Lösung des Problems bilden soll.

In den nächsten Ausschnitten wird das Modell im Detail beschrieben.

- <u>Modellierung der Bauteile</u>

Es wird hier von der Systematik der Formelemente ausgegangen. In dieser Hinsicht werden die im Bauteil funktionsrelevanten Formelemente identifiziert und anschliessend durch eine vordefinierte Vektorstruktur modelliert. So wird zum Beispiel für die Modellierung eines rotationssymmetrischen Formelementes eine Vektorstruktur, bestehend aus mehreren Vektorschleifen, eingesetzt (siehe Bild 1)

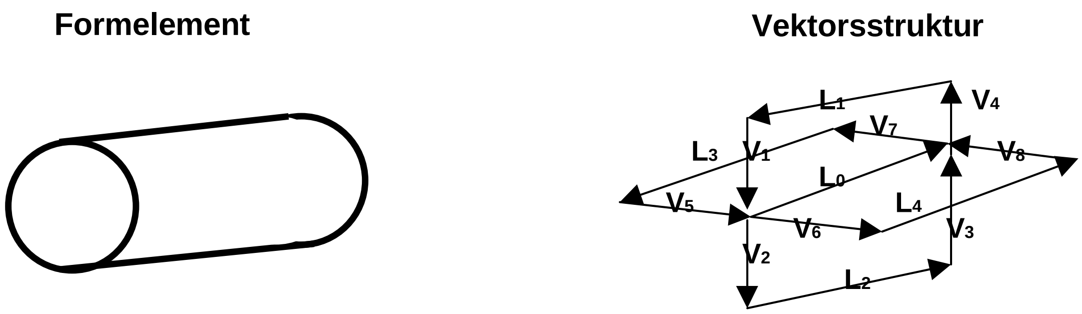


Bild 1: Modellierung eines rotationssymmetrischen Formelementes durch eine Vektorstruktur

Für die Modellierung jedes elementaren Formelementes gibt es eine bestimmte Vektorstruktur. Schliesslich werden die einzelnen Vektorstrukturen innerhalb eines Bauteils durch zusätzliche Vektoren (siehe Bild 2) miteinander verbunden.

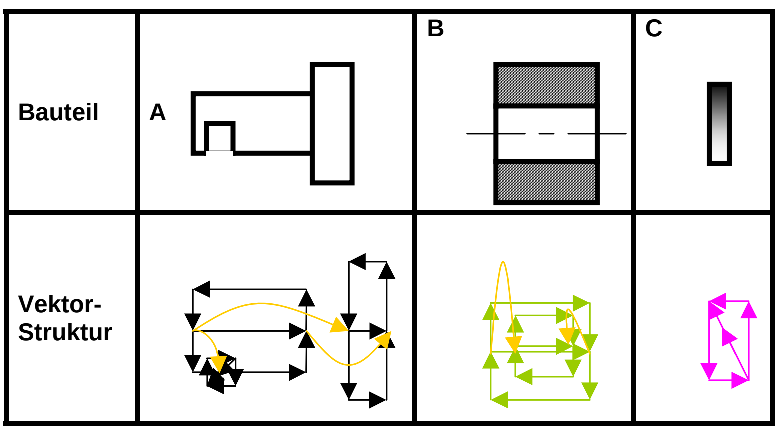


Bild 2: Vektorstruktur der einzelnen Bauteile

- <u>Repräsentation der Baugruppe durch einen Montagegraph</u>

Eine Baugruppe besteht aus Bauteilen und den zwischen ihnen vorhandenen Verbindungen oder Lagebeziehungen (contraints). Eine Lagebeziehung entsteht, wenn Bauteile miteinander verbunden werden. Die Lage und die verbleibenden Freiheitsgrade jedes Bauteils relativ zum anderen werden durch die Lagebeziehung beschrieben. Die Verbindung der Bauteile erfolgt durch Formelemente. Je nach Art der beteiligten Formelemente unterscheiden sich die Lagebeziehungen in verschiedenen Typen. So zum Beispiel, wenn ein Zylinder in einen anderen Zylinder hineinpassen soll, entspricht diese Beziehung einer Lagebeziehung des Typs Zylinder-Zylinder (C-C). Dabei hat jeder Zylinder einen rotatorischen Freiheitsgrad um seine eigene Achse und einen translatorischen Freiheitsgrad entlang der Zylinderachse. Wenn Ebenen verschiedener Bauteilen aufeinander liegen, wird dies als Ebene-Ebene-Lagebeziehung (E-E) bezeichnet, wobei translatorische Bewegungen auf der Kontaktebene und eine Drehung um die Normale der Kontaktebene möglich sind.

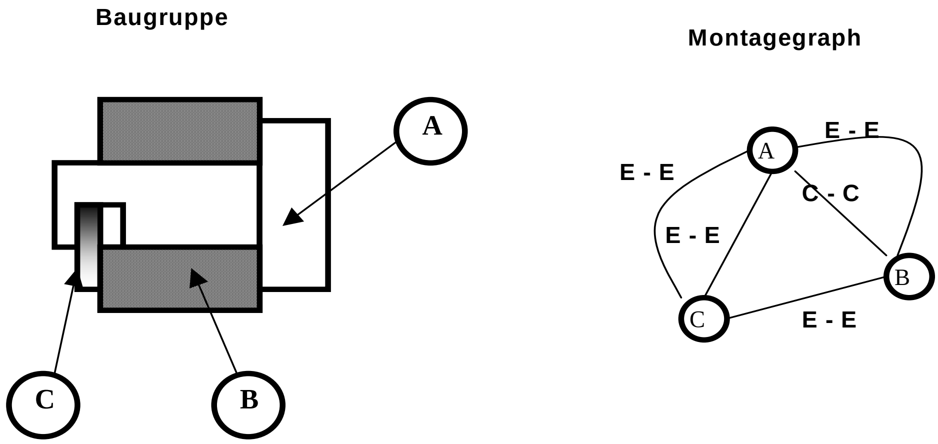


Bild 3: Repräsentation einer Baugruppe durch einen Montagegraphen

Der Montagegraph (siehe Bild 3) dient der graphischen Darstellung für die Struktur einer Baugruppe. In so einem Graph werden die Bauteile durch Knoten und die Lagebeziehungen durch Kanten repräsentiert. Entsprechend dem Typ der Lagebeziehung, die sie abbilden, können die Kanten von Typ E-E oder C-C oder von einem anderen Typ sein. Diese Darstellungsweise ermöglicht, die Auswirkung von Positions- und Lageänderungen jedes Einzelteils auf die Nachbarteile in der Baugruppe zu erkennen. Dieser Vorteil ist von zentraler Bedeutung bei der Lösung von Problemen der Toleranzanalyse.

- <u>Abbildung der Lagebeziehungen zwischen Bauteilen</u>

An einer Lagebeziehung sind immer Formelemente zweier Bauteile beteiligt. Im Modell werden die Vektorstrukturen dieser Formelemente durch Vektoren (Verbindungsvektoren) verbunden. Die Art der Verbindung erfolgt abhängig vom Typ der Lagebeziehung. Um die eingeschränkten Freiheitsgrade zwischen den Bauteilen abzubilden, werden Bedingungen an den Verbindungsvektoren gestellt. Dadurch werden Positions- und Lageänderungen der Bauteile beschränkt. Die Tabelle (siehe Bild 4) zeigt zwei der gewöhnlichsten Typen von Lagebeziehungen. Um die E-E-Lagebeziehungen zu modellieren, werden mehrere Verbindungsvektoren (T1 bis T4) definiert. Diese Verbindungsvektoren erstrecken sich von den Eckpunkten einer Ebene – modelliert durch eine Vektorschleife – auf die Eckpunkte der anderen Ebene. Die vorhandenen Freiheitsgrade werden durch die Bedingungen in der vierten Spalte der Tabelle abgebildet. Im Falle der E-E-Lagebeziehung gewährleistet die Bedingung, dass die Ebene E1 nicht in die Ebene E2 hineindringt.

- <u>Aufbau der Vektorstruktur einer Baugruppe</u>

Durch die Verbindungsvektoren werden die einzelnen Bauteil-Vektorstrukturen miteinander verbunden. Dieser Verbindungsprozess erfolgt systematisch, indem der Montagegraph travesiert wird. Dabei werden nach der Travesierung jeder Kante die Verbindungsvektoren und die Bedingungen generiert, die dem Typ der Kante, d.h. der Lagerbeziehung, entsprechen. Auf dieser Weise resultiert ein Modell für die gesamte Baugruppe, das ausschliesslich aus Vektorstrukturen besteht. Jede Vektorstruktur besteht wiederum aus Vektorschleifen, d.h. jeder Vektor hat einen Vorgänger- und einen Nachfolger-Vektor (siehe Bild 5). Diese Modellierungsweise ermöglicht die Abbildung geometrischer Abweichungen, indem die Vektor-Komponenten variiert werden. Das Bild 5 zeigt eine zweidimensionale Ansicht der resultierenden Vektorstruktur für die im Bild 3 dargestellte Baugruppe.

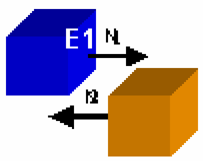
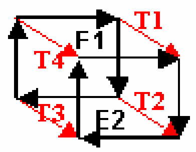
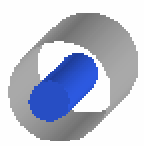
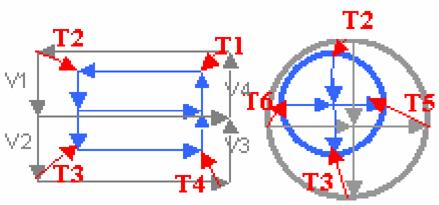
ART DER LAGEBEZIEHUNG	MODELLIERUNG	BEDINGUNGEN AN DEN VERBINDUNGSVEKTOREN
EBENE-EBENE (E-E) 		$\vec{T}_i \bullet \vec{N}_2 \leq 0$ $\vec{T}_i$ = Verbindungsvektoren zwischen den Ebenen $\vec{N}_2$ = Normale der Ebene E2
ZYLINDER-ZYLINDER (C-C) 	Seitliche Ansicht Vordere Ansicht 	$\vec{T}_1 \bullet \vec{V}_4 \geq 0$ $\vec{T}_2 \bullet \vec{V}_1 \geq 0$ $\vec{T}_3 \bullet \vec{V}_2 \geq 0$ $\vec{T}_4 \bullet \vec{V}_3 \geq 0$ $\vec{T}_i$ = Verbindungsvektoren zwischen den Zylindern $\vec{V}_i$ = Vektoren in der Vektorschleifen-Struktur

Bild 4: Abbildung der Lagebeziehungen mittels Vektorstrukturen

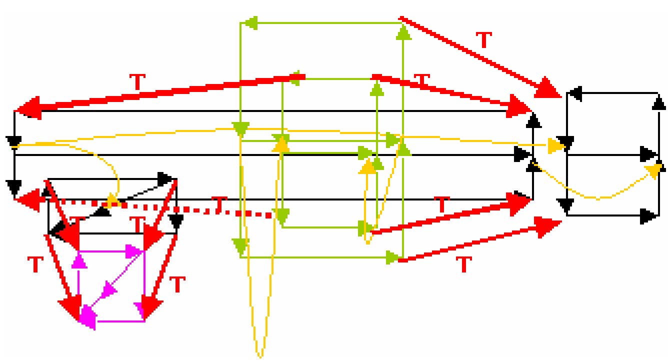


Bild 5: Resultierende Vektorstruktur für die im Bild 3 dargestellte Baugruppe

- <u>Abbildung der Toleranzen</u>

Toleranzen werden durch Vektorzüge abgebildet. Dabei werden je nach toleriertem Element und Toleranztyp die Vektoren aus der jetzt vorhandenen Baugruppen-Vektorstruktur ausgewählt, die den Vektorzug bilden sollen. Im Falle der Masstoleranzen wird ein Vektorzug gebildet, dessen Strecke an einem Extrem des tolerierten Masses beginnt und an dem anderen Extrem endet. Eine Variation des Masses wirkt sich direkt auf die am Vektorzug beteiligten Vektoren aus. Die Vektorzüge, die mehrere Bauteile durchqueren müssen (z. B. zur Modellierung eines Schliessmasses in der Baugruppe), werden mit Hilfe des Montagegraphen erzeugt. Für die Modellierung der Lagetoleranzen werden Vektorzüge gebildet, welche sich von der Vektorstruktur des tolerierten Elementes bis zur Vektorstruktur des Bezugselementes erstrecken. Zwei repräsentative Beispiele sind in der Tabelle (siehe Bild 6) ersichtlich.

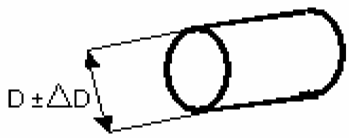
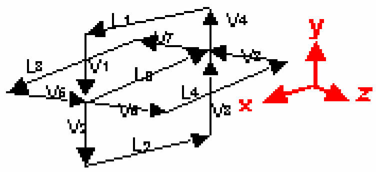
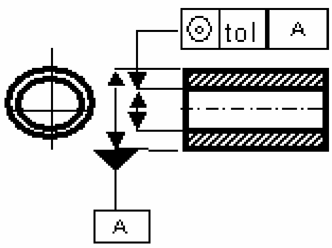
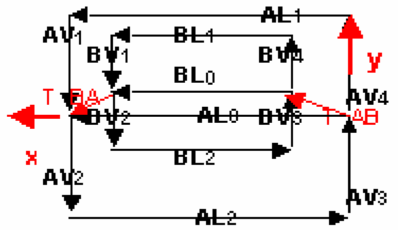
TOLERANZANGABE	VEKTORSTRUKTUR	MATHEMATISCHE BESCHREIBUNG
 	 	Vektorzug = $\bar{V}_1 + \bar{V}_2, bzw, \bar{V}_3 + \bar{V}_4$ V1y + V2y $\succcurlyeq$ -D – ΔD V1y + V2y $\preccurlyeq$ -D + ΔD V3y + V4y $\succcurlyeq$ D - ΔD V3y + V4y $\preccurlyeq$ D + ΔD V5z + V6z $\succcurlyeq$ D - ΔD V5z + V6z $\preccurlyeq$ D + ΔD V7z + V8z $\succcurlyeq$ -D - ΔD V7z + V8z $\preccurlyeq$ -D + ΔD
 	 	Vektorzüge = $\vec{T}_{\_AB}, \vec{T}_{\_BA}$ T_ABx $\succcurlyeq$ -tol/2, T_ABx $\preccurlyeq$ tol/2 T_ABy $\succcurlyeq$ -tol/2, T_ABy $\preccurlyeq$ tol/2 T_ABz $\succcurlyeq$ -tol/2, T_ABz $\preccurlyeq$ tol/2 T_BAx $\succcurlyeq$ -tol/2, T_BAx $\preccurlyeq$ tol/2 T_BAy $\succcurlyeq$ -tol/2, T_BAy $\preccurlyeq$ tol/2 T_BAz $\succcurlyeq$ -tol/2, T_BAz $\preccurlyeq$ tol/2

Bild 6: Vektorstrukturen zur Repräsentation von Mass- und Lagetoleranzen

3 Durchführung der Toleranzanalyse

Damit die Toleranzanalyse computerunterstützt durchgeführt werden kann, müssen die aufgebaute Vektorstruktur und die Vektorzüge in eine mathematische Form gebracht werden. Dabei wird jede Vektorschleife als Gleichung ausgedrückt.

Für sämtliche Vektorschleifen gilt: $\sum \vec{V}_i = 0$,

$\vec{V}_i$ = an der Schleife beteiligte Vektoren.

Die Masse und Toleranzen werden als Summe der am entsprechenden Vektorzug beteiligten Vektoren ausgedrückt.

Für sämtliche Vektorzüge gilt: $\sum \vec{V}_i \leq \vec{S}_1, \sum \vec{V}_i \geq \vec{S}_2$

$\vec{V}_i$ = am Vektorzug beteiligte Vektoren.

$\vec{S}_1$ = Höchstmass (Wert und Richtung).

$\vec{S}_2$ = Mindestmass (Wert und Richtung).

Ausgehend von den resultierenden vektoriellen Gleichungen und Ungleichungen kann ein skalares Gleichungs- Ungleichungssystem aufgestellt werden, welches anschliessend linerarisiert werden soll. Die Variablen, d.h. die einzelnen Vektor-Komponenten können mittels Methoden der Linearen Programmierung optimiert werden. Das Resultat der Optimierung ist die ausgewertete Kombination von zulässigen Abweichungen der tolerierten Geometrieelemente, die bewirkt, dass das zu untersuchende Schliessmass seinen maximalen oder seinen minimalen Wert erreicht.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Neben den Stärken, die alle vektorbasierten Toleranzmodelle besitzen, bietet das Modell folgende Vorteile:

- Es ist formelementorientiert und daher verträgt sich gut mit der Arbeitweise der Konstrukteure.
- Toleranzmodell erkennt Kollisionen und Flächendurchdringungen.
- Der Benutzer kann auf Fehlende Toleranzen oder verbliebene Freiheitsgrade hingewiesen werden.

Die Weiterentwicklung des Modells wird sich auf die Integration ins Modell von Herstell- und Kosteninformationen, um die Toleranzen nach den Herstellkosten zu optimieren.

5 Literaturverzeichnis

[1] Stark, R.,“ Entwicklung eines mathematischen Toleranzmodells zur Integration in (3D-) CAD-Systeme “, Schriftreihe Produktionstechnik Band 5, Universität des Saarlandes, 1994.

[2] Yin, X. D.,“ Stand und Perspektiven der computerunterstützten Tolerierung “, im Tagungsband zum 7. Symposium Fertigungsgerechtes Konstruieren, Schnaittach 1996.

[3] Zhang, H.C., “ Advanced Tolerancing Techniques “, New York, Wiley cop., 1997.

Federico Jourdan
Eidgenössische Technische Hochschule (ETH)
Zentrum für Produkte-Entwicklung
Tannenstrasse 3, CH – 8092 Zürich
Tel: +41 1 632 05 49, Fax: +41 1 632 11 81
E-mail: jourdan@imes.mavt.ethz.ch